

基于 Armijo 准则和 BFGS 算法的 运载火箭控制重分配

于海森^{1,2}, 谭述君^{1,2}, 吴志刚¹

- (1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023;
2. 大连理工大学 辽宁省空天飞行器前沿技术重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 以某型运载火箭为研究对象, 研究了伺服机构故障下的重构控制问题。将该问题转化为有约束二次规划问题, 采用一种 Armijo 准则和 BFGS 算法相结合的控制分配方法来求解。Armijo 准则可以保证优化算法的收敛性, 而 BFGS 算法则避免了迭代过程对 Hesse 阵的求逆运算, 且具有收敛快的优点。将该重构方法与不动点迭代算法进行了对比, 该算法经过 8 次迭代收敛, 目标函数值和误差值分别收敛到 10^2 量级左右和 10^{-5} 量级; 而不动点迭代算法经过 30 次迭代尚未完全收敛, 目标函数值和误差分别收敛到 10^3 量级左右和 10^{-2} 量级。结果表明该重构方法比不动点迭代算法收敛快且收敛精度高。以单台发动机发生卡死故障为例对该方法进行了仿真验证, 得到了与无故障情况下相同的控制效果, 验证了该重构方法的有效性和正确性。

关 键 词: 运载火箭; 姿态控制; 控制重分配; Armijo 准则; BFGS 算法

中图分类号: V448.1

文献标志码: A

Reconfiguration control of launch vehicle based on Armijo criterion and BFGS algorithm

YU Haisen^{1,2}, TAN Shujun^{1,2}, WU Zhigang¹

- (1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116023, China;
2. Key Laboratory of Advanced Technology for Aerospace Vehicles, Liaoning Province,
Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116023, China)

Abstract: Taking a new type of launch vehicle as the research object, the problem of reconfiguration control under servo mechanism fault was studied. The problem was transformed into a constrained quadratic programming problem, and then a control allocation method combining the Armijo criterion and BFGS algorithm was used to solve the problem. Armijo criterion can ensure the convergence of the optimization algorithm, while BFGS algorithm avoided the inversion of Hesse matrix in the iterative process, and had the advantage of fast convergence. The proposed reconstruction method was compared with the fixed point iterative algorithm. After 8 iterations,

收稿日期: 2021-02-05

基金项目: 国家自然科学基金(11972101, 11872381)

作者简介: 于海森(1997—), 男, 博士生, 主要从事运载火箭动力学与控制研究。

通信作者: 谭述君(1979—), 男, 副教授, 博士, 主要从事航天器动力学与控制、飞行器制导与控制、动力学参数辨识、保结构数值方法等研究。E-mail: tansj@dlut.edu.cn

引用格式: 于海森, 谭述君, 吴志刚. 基于 Armijo 准则和 BFGS 算法的运载火箭控制重分配[J]. 航空动力学报, 2022, 37(1): 204-213.
YU Haisen, TAN Shujun, WU Zhigang. Reconfiguration control of launch vehicle based on Armijo criterion and BFGS algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(1): 204-213.

the objective function value and error value converged to about 10^2 magnitude and 10^{-5} magnitude, respectively. However, the fixed point iterative algorithm was not completely converged after 30 iterations, and the objective function value and error converged to about 10^3 magnitude and 10^{-2} magnitude, respectively. The results showed that the reconstruction method converged faster and had higher convergence precision than the fixed point iterative algorithm. Taking a single engine stuck fault as an example, the simulation results showed that the control effect was the same as that in the case of no fault, which verified the validity and correctness of the proposed method.

Key words: launch vehicle; attitude control; reconfiguration control; Armijo criteria; BFGS algorithm

新型运载火箭采用发动机喷管可以通过单向或者多向摆动来实现更大的控制力矩范围和更好的控制效果,控制系统也随之从单纯的芯级发动机摆动控制转化成更为复杂的芯级与助推级多发动机模块的协调控制^[1]。伺服机构的增加使得火箭控制越来越复杂,发生故障的概率也因此增加。重构控制类型可以被分为两类^[2]:一类是使故障前的系统特征和重构后的系统特征结构相近;另一种类型使用系统的气动冗余来实现控制系统的重构。段文杰等^[3]提出了一种闭环冗余系统在线可重构控制方法。姬猛^[4]对推力不对称飞行状态下飞行控制系统控制律重构技术进行了重点研究。张亮等^[5]对伺服机构反馈故障进行了研究。程堂明等^[6]针对火箭伺服机构故障,提出一种基于扩展多模型自适应估计的故障检测和诊断算法。尹彪等^[7]针对伺服机构发生故障情况,通过采用控制力重构的方法,增强了控制系统的容错能力。

对控制分配算法进行分类,可以将它分成基于可优化的控制分配法和没有基于优化的控制分配法。基于可优化的分配方法常见的有广义逆法、直接几何法和动态分配法等^[8]。常用的控制指令重分配方法有直接控制分配法、串接链法和线性规划法,这些方法所用的共性技术是求解有约束优化问题,存在计算量较大和不便于工程应用的问题^[9]。伪逆分配法通过计算控制输入矩阵的伪逆获取控制分配矩阵,该方法计算量较小^[10]。程堂明等^[11]提出了基于线性规划的运载火箭姿控系统重构控制。Tjønnås^[12]研究了一类非线性过驱动时变系统的控制分配问题。Johansen 等^[13]调

查了控制分配算法,使用线性或非线性,将不同的演算法分为两大类。Silva 等^[14]提出了一种 PD(比例-微分控制器)+相位滞后控制器,这种控制器具有较好的响应能力和稳定裕度。Jee 等^[15]从控制律设计的两个方面对典型 RLV(可重复使用火箭)的下降飞行进行了研究。黄盘兴^[16]采用了一种计算较为简单,速度较快的二次规划算法——不动点迭代法(fixed point method, FPM)进行了控制分配。虽然 FPM 可以通过简单迭代求解二次规划,但是 FPM 迭代结果对初值敏感,并且所得到的结果容易使舵面饱和^[17]。

本文以某新型运载火箭为例,根据火箭的动力学模型,研究火箭姿控系统控制分配问题以及重构研究。针对上述算法的缺点,采用一种基于 Armijo 准则^[18]和 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)算法^[19]的控制分配方法,并以单台发动机发生卡死故障为例,利用所采用的方法进行重构仿真分析,结果表明这种分配方法具有很好的重构效果。

1 运载火箭动力学模型

本文以某新型运载火箭为研究对象,它的发动机布局如图 1 所示^[1]。其中 δ_{xj1} 、 δ_{xj2} 、 δ_{xj3} 和 δ_{xj4} 是芯级伺服机构的四个摆角(简称为芯级摆角), δ_{zt1} 、 δ_{zt2} 、 δ_{zt3} 和 δ_{zt4} 是助推伺服机构的四个摆角(简称为助推摆角),它们的正方向如图 1 中标出的方向所示。

不考虑液体的晃动和箭体弹性振动,可建立运载火箭三通道小扰动线性小偏差运动方程为^[20]

$$\begin{cases}
\Delta\dot{\theta} = c_1^e \Delta\alpha + c_2^e \Delta\theta + c_4^e \Delta\dot{\phi} + c_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + c_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt} + c_1^e \alpha_w - \bar{F}_{by} \\
\Delta\ddot{\phi} + b_1^e \Delta\dot{\phi} + b_2^e \Delta\alpha + b_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + b_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt} + b_2^e \alpha_w = \bar{M}_{bz_1} \\
\Delta\varphi = \Delta\theta + \Delta\alpha \\
\dot{\sigma} = c_1^w \beta + c_2^w \sigma + c_4^w \dot{\psi} + c_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + c_{3z}^w \delta_{\varphi zt} + c_1^w \beta_w - \bar{F}_{bz} \\
\ddot{\psi} + b_1^w \dot{\psi} + b_2^w \beta + b_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + b_{3z}^w \delta_{\varphi zt} + b_2^w \beta_w = \bar{M}_{by_1} \\
\psi = \sigma + \beta \\
\ddot{\gamma} + d_1 \dot{\gamma} + d_{3x} \delta_{\gamma xj} + d_{3z} \delta_{\gamma zt} = \bar{M}_{bx_1}
\end{cases} \quad (1)$$

方程 $\Delta\varphi$ 、 ψ 和 γ 分别表示俯仰角、偏航角和滚转角； $\Delta\theta$ 、 $\Delta\alpha$ 和 α_w 分别表示弹道倾角、攻角和风攻角； σ 、 β 和 β_w 分别表示弹道偏角、侧滑角和风侧滑角； $\bar{M}_{bz_1}$ 、 $\bar{M}_{by_1}$ 和 $\bar{M}_{bx_1}$ 分别表示俯仰偏航滚转三通道的结构干扰力矩； $\bar{F}_{by}$ 、 $\bar{F}_{bz}$ 为横向干扰力； c_1^e 、 c_2^e 、 c_4^e 、 c_{3x}^e 、 c_{3z}^e 、 c_1^w 、 b_1^e 、 b_2^e 、 b_{3x}^e 、 b_{3z}^e 、 c_1^w 、 c_2^w 、 c_4^w 、 c_{3x}^w 、 c_{3z}^w 、 b_1^w 、 b_2^w 、 b_{3x}^w 、 b_{3z}^w 、 d_1 、 d_{3x} 以及 d_{3z} 为刚体运动方程系数，具体意义详见文献[20]； $\Delta\delta_{\varphi xj}$ 、 $\Delta\delta_{\varphi zt}$ 、 $\delta_{\varphi xj}$ 、 $\delta_{\varphi zt}$ 、 $\delta_{\gamma xj}$ 以及 $\delta_{\gamma zt}$ 分别表示俯仰、偏航以及滚转的芯级和助推等效摆角，它们和发动机的实际芯级和助推摆角之间的关系为

$$\begin{cases}
\Delta\delta_{\varphi xj} = \frac{-\delta_{xj2} + \delta_{xj4}}{2} \\
\delta_{\varphi xj} = \frac{-\delta_{xj1} + \delta_{xj3}}{2} \\
\delta_{\gamma xj} = \frac{\delta_{xj1} + \delta_{xj2} + \delta_{xj3} + \delta_{xj4}}{4} \\
\Delta\delta_{\varphi zt} = \frac{-\delta_{zt2} + \delta_{zt4}}{2} \\
\delta_{\varphi zt} = \frac{-\delta_{zt1} + \delta_{zt3}}{2} \\
\delta_{\gamma zt} = \frac{\delta_{zt1} + \delta_{zt2} + \delta_{zt3} + \delta_{zt4}}{4}
\end{cases} \quad (2)$$

式中的 $b_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + b_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt}$ 、 $b_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + b_{3z}^w \delta_{\varphi zt}$ 以及 $d_{3x} \delta_{\gamma xj} + d_{3z} \delta_{\gamma zt}$ 分别表示发动机摆角产生的控制力矩，将式(2)和式(3)代入到上述控制力矩中得到发动机实际摆角与控制力矩的关系为

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{3x}^e}{2} & 0 & \frac{b_{3x}^e}{2} & 0 & -\frac{b_{3z}^e}{2} & 0 & \frac{b_{3z}^e}{2} \\ -\frac{b_{3x}^w}{2} & 0 & \frac{b_{3x}^w}{2} & 0 & -\frac{b_{3z}^w}{2} & 0 & \frac{b_{3z}^w}{2} & 0 \\ \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} \end{bmatrix} \quad (6)$$

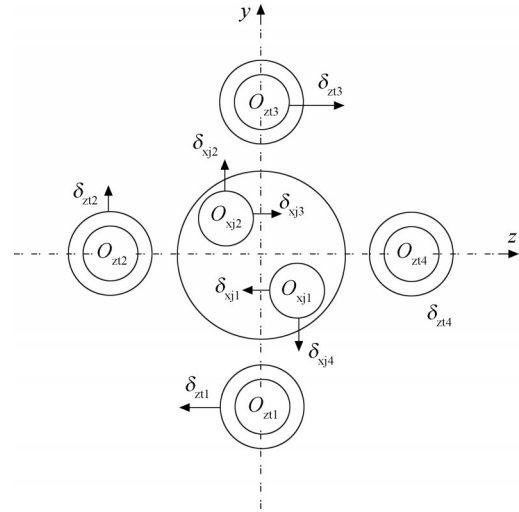


图1 某新型运载火箭发动机布局示意图

Fig.1 Layout diagram of a new launch vehicle engine

引入发动机实际摆角向量 u ，如下：

$$u = [\delta_{xj1} \quad \delta_{xj2} \quad \delta_{xj3} \quad \delta_{xj4} \quad \delta_{zt1} \quad \delta_{zt2} \quad \delta_{zt3} \quad \delta_{zt4}]^T \quad (3)$$

研究伺服机构故障问题时可忽略质心运动的影响，只考虑三个绕质心运动方程，方程如下：

$$\begin{cases}
\Delta\ddot{\phi} + b_1^e \Delta\dot{\phi} + b_2^e \Delta\alpha + b_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + b_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt} + b_2^e \alpha_w = \bar{M}_{bz_1} \\
\ddot{\psi} + b_1^w \dot{\psi} + b_2^w \beta + b_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + b_{3z}^w \delta_{\varphi zt} + b_2^w \beta_w = \bar{M}_{by_1} \\
\ddot{\gamma} + d_1 \dot{\gamma} + d_{3x} \delta_{\gamma xj} + d_{3z} \delta_{\gamma zt} = \bar{M}_{bx_1}
\end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} b_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + b_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt} \\ b_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + b_{3z}^w \delta_{\varphi zt} \\ d_{3x} \delta_{\gamma xj} + d_{3z} \delta_{\gamma zt} \end{bmatrix} = Bu \quad (5)$$

其中 B 为控制效率矩阵，如下

2 控制分配问题

运载火箭的姿态控制系统设计通常分为两个相对独立的部分,即基本控制律和控制分配律,如图2所示。其中,基本控制律设计是基于Bode图根据系统稳定性和稳定裕度设计PD控制和校正网络等,从而使控制系统稳定^[20]。传统的控制分配律则通过基本控制律得到等效控制摆角指令 $\Delta\delta_\varphi^s$ 、 δ_ψ^s 和 δ_γ^s ,然后分别乘以芯级分配系数 k_{xj} 和助推分配系数 k_{zt} 得到三个通道的芯级和助推等效摆角,最后将等效摆角通过控制分配律分配给各个伺服机构。

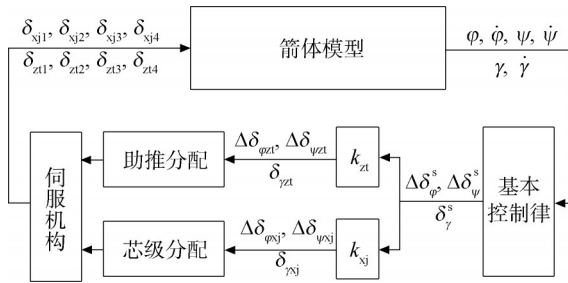


图2 控制系统结构图

Fig.2 Control system structure diagram

芯级和助推等效摆角的指令分配关系如下^[11]:

$$\begin{cases} \Delta\delta_{\varphi xj} = k_{xj}\Delta\delta_{\varphi}^s \\ \delta_{\varphi xj} = k_{xj}\delta_{\varphi}^s \\ \delta_{\gamma xj} = k_{xj}\delta_{\gamma}^s \\ \Delta\delta_{\varphi zt} = k_{zt}\Delta\delta_{\varphi}^s \\ \delta_{\varphi zt} = k_{zt}\delta_{\varphi}^s \\ \delta_{\gamma zt} = k_{zt}\delta_{\gamma}^s \end{cases} \quad (7)$$

式中 $k_{xj}=0.5$, $k_{zt}=1$,即助推发动机摆角和芯级摆角之间的摆动比例是2:1。可以得到由等效控制摆角指令 $\Delta\delta_{\varphi}^s$ 、 δ_{ψ}^s 和 δ_{γ}^s 产生的期望控制力矩 $\mathbf{v}_d$:

$$\begin{bmatrix} b_{3x}^e \Delta\delta_{\varphi xj} + b_{3z}^e \Delta\delta_{\varphi zt} \\ b_{3x}^w \delta_{\varphi xj} + b_{3z}^w \delta_{\varphi zt} \\ d_{3x} \delta_{\gamma xj} + d_{3z} \delta_{\gamma zt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_{xj}b_{3x}^e + k_{zt}b_{3z}^e)\Delta\delta_{\varphi}^s \\ (k_{xj}b_{3x}^w + k_{zt}b_{3z}^w)\delta_{\varphi}^s \\ (k_{xj}d_{3x} + k_{zt}d_{3z})\delta_{\gamma}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_3^e \Delta\delta_{\varphi}^s \\ b_3^w \delta_{\varphi}^s \\ d_3 \delta_{\gamma}^s \end{bmatrix} = \mathbf{v}_d \quad (8)$$

即 $b_3^e = k_{xj}b_{3x}^e + k_{zt}b_{3z}^e$, $b_3^w = k_{xj}b_{3x}^w + k_{zt}b_{3z}^w$, $d_3 = k_{xj}d_{3x} + k_{zt}d_{3z}$ 。

控制分配问题就是确定发动机实际摆角向量 $\mathbf{u}$,使发动机实际摆角产生的力矩与期望控制力矩 $\mathbf{v}_d$ 相等,即

$$\mathbf{v}_d = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (9)$$

正常情况下(无伺服机构故障)发动机的实际摆角的通常由式(6)得到的等效摆角通过下面固定的控制分配律得到

$$\begin{cases} \delta_{xj1} = -\delta_{\varphi xj} + \delta_{\gamma xj} \\ \delta_{xj2} = -\Delta\delta_{\varphi xj} + \delta_{\gamma xj} \\ \delta_{xj3} = \delta_{\varphi xj} + \delta_{\gamma xj} \\ \delta_{xj4} = \Delta\delta_{\varphi xj} + \delta_{\gamma xj} \\ \delta_{zt1} = -\delta_{\varphi zt} + \delta_{\gamma zt} \\ \delta_{zt2} = -\Delta\delta_{\varphi zt} + \delta_{\gamma zt} \\ \delta_{zt3} = \delta_{\varphi zt} + \delta_{\gamma zt} \\ \delta_{zt4} = \Delta\delta_{\varphi zt} + \delta_{\gamma zt} \end{cases} \quad (10)$$

不难看出,式(7)和式(10)给出的控制分配律在无伺服机构故障情况下满足式(9),但是当出现伺服机构故障或发动机故障时,式(9)中的控制效率矩阵 $\mathbf{B}$ 将发生变化,将导致不能满足式(9),即分配失败,从而影响火箭飞行稳定性。本文接下来将处理伺服机构故障下的控制重分配问题。

伺服机构比较典型的常见故障有发动机的摆角卡死、伺服机构损伤、松浮摆动、摆角饱和等^[16]。这些故障的数学模型可以表示为

$$\delta_{iout} = \begin{cases} \delta_i^{stk} \\ \delta_i^{\min} \text{ or } \delta_i^{\max} \\ A_{i0} + A_i \sin(t - t_0) \\ \epsilon_i \delta_i \end{cases} \quad (11)$$

其中 i 表示第 i 个发动机, $\delta_{iout}(t)$ 表示第 i 个发动机摆角的输出摆角, δ_i^{stk} 表示发动机卡死位置的摆角。 $\delta_i^{\min}$ 和 $\delta_i^{\max}$ 表示发动机摆角所能达到的最小值和最大值。 A_{i0} 表示发生故障瞬时时刻的发动机摆角; A_i 是正弦摆动振幅表示摆角幅值; t_0 表示故障发生的时刻。 ϵ_i 是损伤比例系数,它是一个介于0与1之间的常数,当 $\epsilon_i=1$ 时,相当于伺服机构正常无故障;当 $\epsilon_i=0$ 时,无控制力产生,即极端的无推力故障。

以伺服机构发生卡死故障为例,假设助推伺服机构1发生故障,由式(11)可得 $\delta_{zt1} = \delta_{zt1}^{stk}$, δ_{zt1}^{stk} 表示助推伺服机构1在卡死位置的摆角。记故障摆角为 $\mathbf{u}_f = \delta_{zt1}^{stk}$,无故障摆角向量为 $\mathbf{u}_r = [\delta_{xj1} \ \delta_{xj2} \ \delta_{xj3} \ \delta_{xj4} \ \delta_{zt2} \ \delta_{zt3} \ \delta_{zt4}]^T$,那么故障下的发动机实际摆角产生的力矩可以分为两部分:无故障摆角产生的控制力矩和故障摆角的干扰力矩,其表达式为

$$\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{B}_f\mathbf{u}_f + \mathbf{B}_r\mathbf{u}_r \quad (12)$$

其中 $\mathbf{B}_f$ 和 $\mathbf{B}_r$ 分别为故障摆角和无故障摆角的效率矩阵,如下:

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{3x}^w}{2} & 0 & \frac{b_{3x}^w}{2} & -\frac{b_{3z}^w}{2} & 0 & \frac{b_{3z}^w}{2} \\ -\frac{b_{3x}^w}{2} & 0 & \frac{b_{3x}^w}{2} & 0 & 0 & \frac{b_{3z}^w}{2} & 0 \\ \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3x}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} & \frac{d_{3z}}{4} \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{3z}^w}{2} & \frac{d_{3z}}{4} \end{bmatrix}^T.$$

因此,将式(12)代入式(9)可以得到期望控制力矩和故障下发动机实际摆角产生的控制力矩之间的关系为

$$\mathbf{v}_d = B_r \mathbf{u}_r + B_f \mathbf{u}_f \quad (13)$$

3 基于 Armijo 准则和 BFGS 算法的控制分配

控制分配的目的是通过对无故障摆角 $\mathbf{u}_r$ 的求解/分配,使式(13)成立或尽量满足。为此可以通过误差加权的方法,将控制力矩与期望力矩误差最小以及控制能量最小作为优化目标,加上发动机摆角的约束形成如下约束优化问题:

$$\begin{cases} f(\mathbf{u}_r) = \min [\lambda \|\mathbf{Q}_1(\mathbf{v}_d - B_r \mathbf{u}_r - B_f \mathbf{u}_f)\| + \|\mathbf{Q}_2 \mathbf{u}_r\|] \\ \text{Subject to } \underline{\mathbf{u}}_r \leq \mathbf{u}_r \leq \bar{\mathbf{u}}_r \end{cases} \quad (14)$$

其中 λ 是加权因子,这里 λ 取得越大控制效果越好; $\mathbf{Q}_1$ 、 $\mathbf{Q}_2$ 为加权矩阵,本文分别取对应维度的单位矩阵, $\underline{\mathbf{u}}_r$ 和 $\bar{\mathbf{u}}_r$ 表示发动机无故障摆角的上限和下限。

这是一个有约束二次规划问题,本文采用基于 Armijo 准则和 BFGS 算法结合的方法求解此二次规划问题。Armijo 准则可以保证优化算法收敛至最小值;BFGS 算法属于拟牛顿法的一种,通过构造近似矩阵并用它取代牛顿法中的 Hesse 矩阵的逆,从而既保留了牛顿法收敛快的特点又克服了 Hesse 矩阵可能非正定且对 Hesse 矩阵求逆的缺点,具有二阶收敛速度、自适应度高、收敛性好以及计算量小的特点^[17]。因此,基于 Armijo 准则和 BFGS 算法结合的方法可以保证优化算法快速的收敛至最小值。

BFGS 算法是拟牛顿法的一种,由牛顿法和拟牛顿条件可知:

$$\mathbf{u}_r^{k+1} = \mathbf{u}_r^k - H_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_k = H_{k+1} \mathbf{s}_k \quad (16)$$

式中 H_k 是 Hesse 阵, $\mathbf{y}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$ 为梯度差,

$\mathbf{s}_k = \mathbf{u}_r^{k+1} - \mathbf{u}_r^k$ 为位移。BFGS 算法的思想是构造矩阵 P_k ,使其逼近 H_k ,即 $P_k \approx H_k$,初始对称正定对称阵 P_0 通常取单位矩阵 I 。

Armijo 准则是求解无约束优化问题的一种非精确一维搜索准则,设迭代式

$$\mathbf{u}_r^{k+1} = \mathbf{u}_r^k + a_k D_k \quad (17)$$

式中 a_k 为第 k 个迭代步的步长, D_k 表示下降方向,结合 BFGS 算法 $D_k = -P_k^{-1} \mathbf{g}_k$, Armijo 准则的主要思想是在 $\mathbf{u}_r^k$ 确定了下降方向 D_k 后,通过式(17)得到下一个迭代点 $\mathbf{u}_r^{k+1}$,然后使目标函数满足一定的下降,且下降量需要满足不等式关系:

$$f(\mathbf{u}_r^{k+1}) \leq f(\mathbf{u}_r^k) + \zeta a_k (\mathbf{g}_k)^T D_k \quad (18)$$

式中 $\mathbf{g}_k$ 是目标函数 $f(\mathbf{u}_r)$ 在 $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_r^k$ 处的梯度, ζ 为常数,且满足 $\zeta \in (0, 0.5)$ 。

设 m 为满足下列式的最小负整数:

$$f(\mathbf{u}_r^{k+1} + \omega^m D_k) \leq f(\mathbf{u}_r^k) + \zeta \omega^m \mathbf{g}_k^T D_k \quad (19)$$

其中 $\omega \in (0, 1)$ 。

为了保证 P_k 正定,本算法采用的矫正公式如下:

$$P_{k+1} = \begin{cases} P_k & (\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k \leq 0) \\ P_k - \frac{P_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T P_k}{\mathbf{s}_k^T P_k \mathbf{s}_k} + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k} & (\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k \geq 0) \end{cases} \quad (20)$$

接下来推导 $\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k \geq 0$ 时的矫正公式。设迭代公式 $P_{k+1} = P_k + \Delta P_k$, 关键构造 ΔP_k , 将其待定为 $\Delta P_k = \rho \mu \mu^T + \tau \mathbf{v} \mathbf{v}^T$ 并代入到迭代公式里得到

$$P_{k+1} = P_k + \rho \mu \mu^T + \tau \mathbf{v} \mathbf{v}^T \quad (21)$$

又 $\mathbf{y}_k = H_{k+1} \mathbf{s}_k$ 可以写为 $\mathbf{y}_k = P_{k+1} \mathbf{s}_k$, 因此式(22)等式左右两边乘 $\mathbf{s}_k$ 得到

$$\mathbf{y}_k = P_k \mathbf{s}_k + \rho \mu^T \mathbf{s}_k \mu + \tau \mathbf{v}^T \mathbf{s}_k \mathbf{v} \quad (22)$$

令 $\rho \mu^T \mathbf{s}_k = 1$, $\tau \mathbf{v}^T \mathbf{s}_k = -1$, $\mu = \mathbf{y}_k$, $\mathbf{v} = P_k \mathbf{s}_k$, 可以得到

$$\rho = \frac{1}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k}, \quad \tau = -\frac{1}{\mathbf{s}_k^T P_k \mathbf{s}_k} \quad (23)$$

综上所述可以得到 ΔP_k 的公式,继而得到 $\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k \geq 0$ 时 P_k 的矫正公式,即

$$P_{k+1} = P_k - \frac{P_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T P_k}{\mathbf{s}_k^T P_k \mathbf{s}_k} + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k} \quad (24)$$

通过式(17)可以得到每一步迭代的发动机摆角,考虑到发动机摆角的约束,式(14)修订为

$$\mathbf{u}_r^{k+1} = \text{Sat}(\mathbf{u}_r^k + a_k D_k) \quad (25)$$

其中 $\text{Sat}()$ 为饱和函数,定义如下:

$$\text{Sat}(u) = \begin{cases} \underline{u}_i & u_i \leq \underline{u}_i \\ u_i & \underline{u}_i \leq u_i \leq \bar{u}_i \\ \bar{u}_i & \bar{u}_i \leq u_i \end{cases} \quad (26)$$

其中 $\underline{u}_i$ 、 $\bar{u}_i$ 分别表示第 i 个发动机摆角的上限和下限。

综上,采用 Armijo 准则和 BFGS 算法相结合的控制分配算法步骤如下:

步骤 1 给定参数 $\omega \in (0, 1)$, $\zeta \in (0, 0.5)$, 终止误差 $0 \leq \xi \leq 1$, P_0 取单位矩阵 I 。令 $k = 0$ 。

步骤 2 计算 g_k , 若 $\|g_k\| \leq \xi$, 停止计算, 输出 u_r^k 作为近似极小值点, 否则进行下一步。

步骤 3 求 D_k : $D_k = -P_k^{-1}g_k$ 。

步骤 4 设 m_k 是满足不等式的最小非负整数 m : $f(u_r^{k+1} + \omega^m D_k) \leq f(u_r^k) + \zeta \omega^m (g_k)^T D_k$, 令 $a_k = \omega^{m_k}$, $u_r^{k+1} = \text{Sat}(u_r^k + a_k D_k)$ 。

步骤 5 由矫正公式确定 P_{k+1} 。

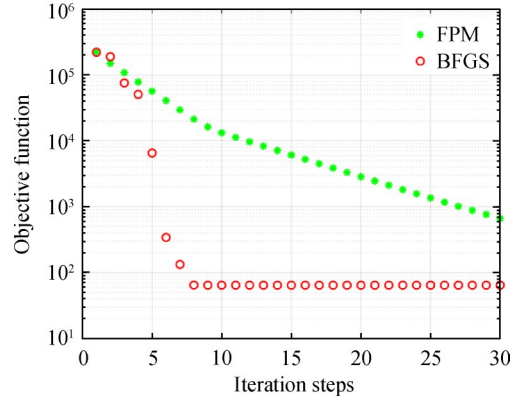
步骤 6 令 $k = k + 1$, 转步骤 2。

4 仿真实例

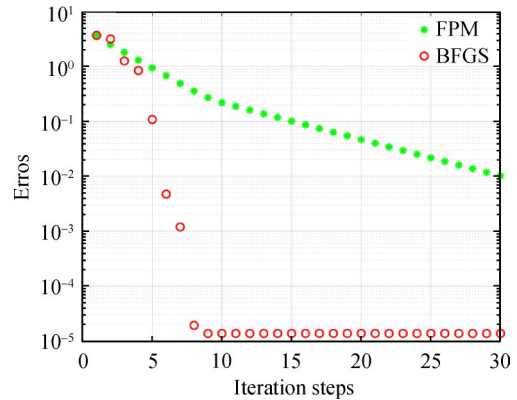
首先比较本文采用的基于 Armijo 准则和 BFGS 结合的算法与文献[16]中提到的 FPM 算法在求解控制分配优化问题的效率和收敛性, 然后以助推伺服机构 1 发动机发生卡死故障为例, 通过仿真验证本文方法在运载火箭控制分配重构的有效性。

比较两种算法在求解优化问题式(13)时的收敛情况。假设助推伺服机构 1 发动机发生了卡死故障, 不能通过控制指令进行控制, 假设其余正常发动机摆角的初值均为 0, 即 $u_{r0} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 设其余正常发动机摆角期望达到的控制力矩为 $v_r = [0 \ 2.72 \ 0]^T$, 为了更好地观察两种算法的收敛情况, 图 3 给出了随着迭代次数的增加, 两种算法的函数值的与误差值的收敛情况。这里的误差值定义为发动机摆动力矩与期望力矩的误差 $\|Q_1(v_d - B_r u_r - B_f u_f)\|$ 。

图 3(a) 和图 3(b) 分别给出了 FPM 算法和 BFGS 算法的函数值和误差值随着迭代次数增加的收敛情况。图中的结果显示 BFGS 算法经过 8 次迭代就已经收敛, 目标函数值和误差值分别收敛到 10^2 量级左右和 10^{-5} 量级; 而 FPM 算法则经过 30 次迭代尚未完全收敛, 迭代 30 次的目标函数值和误差分别收敛到 10^3 量级左右和 10^{-2} 量级,



(a) 函数值变化



(b) 误差值变化

图 3 BFGS 算法和 FPM 算法收敛对比

Fig.3 Convergence comparison of BFGS algorithm and FPM algorithm

显然, BFGS 算法的收敛速度要快于 FPM 算法, 且收敛精度更高。

表 1 给出了设置不同的迭代终止条件 $\|g_k\| \leq \xi$ 和 $\|u_r^{k+1} - u_r^k\| \leq \xi$ 下, BFGS 算法和 FPM 算法的迭代步数和计算时间, 其中 ξ 的取值为 0.01。表中的结果显示 BFGS 算法在不同迭代终止条件下分别迭代 7 次和 8 次便达到了精度要求, 而 FPM 算法分别迭代了 45 次和 53 次才达到了精度要求, 并且 BFGS 算法的计算时间要少于 FPM 算法。BFGS 算法目标函数值和误差值分别收敛到 10^2 量级左右和 10^{-5} 量级, 而 FPM 算法迭代 45 次目标函数和误差值分别收敛到 10^2 量级左右和 10^{-3} 量级, 迭代 53 次目标函数和误差值分别收敛到 10^2 量级左右和 10^{-4} 量级。显然, 同样说明 BFGS 算法的收敛速度要快于 FPM 算法, 且收敛精度更高。

为验证所采用的算法在运载火箭控制分配重构问题中有效性, 选取上述运载火箭某秒点的动

表 1 不同迭代终止条件下 BFGS 算法和 FPM 算法收敛性对比

Table 1 Convergence comparison between BFGS algorithm and FPM algorithm under different iteration termination conditions

算法	迭代终止条件	迭代次数	计算时间/ms	函数值	误差值/ 10^{-5}
BFGS	$\ g_k\ \leq \xi$	7	1.4	64.71	1.921
	$\ u_r^{k+1} - u_r^k\ \leq \xi$	8	1.6	64.44	1.365
FPM	$\ g_k\ \leq \xi$	45	7.5	119.80	111.900
	$\ u_r^{k+1} - u_r^k\ \leq \xi$	53	8.8	829.90	33.260

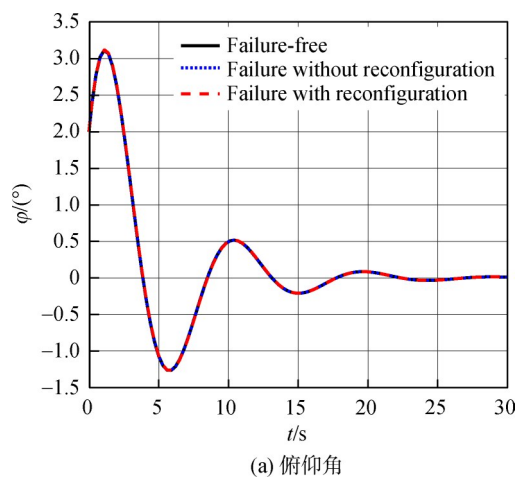
力学模型作为仿真对象,该秒点俯仰角、偏航角和滚转角都具有 2° 的初始姿态角偏差,首先对无伺服机构故障情况下的姿控系统进行仿真,验证控制律和模型的正确性;然后对伺服机构故障情况下,未采用重构算法和采用本文 BFGS 算法的控制系统进行仿真,验证控制重构的必要性和本文重构算法的有效性。设定最大芯级摆角为 4° ,最大助推摆角为 8° 。

以助推伺服机构 1 处于卡死故障状态,卡死角度为 4° 为例,式(14)中取 $\lambda=60\ 000$ 。图 4(a)、图 4(b)和图 4(c)分别给出了单秒点在三通道姿态角具有 2° 初始角偏差下的无伺服机构故障、有伺服机构故障未采用控制重构和采用本文重构算法得到的三通道姿态角响应曲线。可以看出,无故障情况下所有姿态角偏差曲线都收敛于 0° ,说明所设计的控制律很好地消除了姿态角偏差。观察有故障情况下未采用控制重构算法的姿态角偏差曲线,可以看出其中俯仰角偏差曲线和无故障情况下相比没有发生变化,而偏航角和滚转角偏差曲线却发生了明显的变化,没有消除姿态角偏差,从而影响了火箭姿态控制的稳定性。这是因为当助推伺服机构 1 发生卡死故障后,由图 1 所示的火箭发动机布局可知,仅对系统的偏航通道和滚转通道产生了常值干扰力矩。

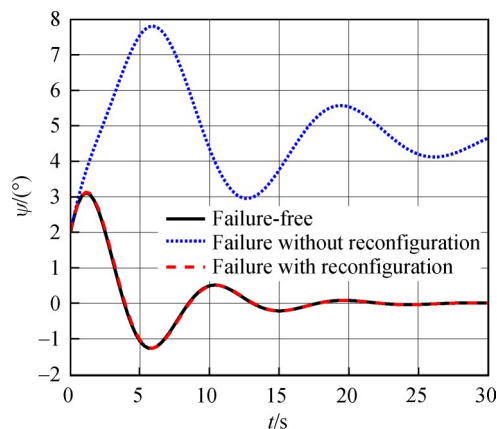
观察有故障情况下采用本文重构算法的姿态角偏差曲线,可以看出,与无故障情况下的姿态角偏差曲线重合,说明这种重构算法很好地消除了故障的影响。

进一步,图 5 给出了无伺服机构故障情况下、有伺服机构故障情况下未采用控制重构算法和采用本文重构算法得到的芯级摆角曲线。可以看出,无故障情况下,由于姿态角偏差收敛于 0° ,所以各芯级摆角也都收敛于 0° 。而在有故障情况下,控制重构下的芯级摆角 1 和芯级摆角 3 分别收敛于某一负值和某一正值,它们都产生使箭体绕

y 轴正方向的偏转力矩,从而抵消助推伺服机构 1 卡死故障产生的反向干扰力矩;控制重构下的芯级摆角 2 和芯级摆角 4 则收敛于某一负值,它们都产生使箭体绕 x 轴负方向的滚转力矩,从而抵消助推伺服机构 1 故障产生的反向滚转干扰力矩。而在姿态角初始偏差时刻,芯级摆角 1 和芯级摆角 3 则分别达到 -4° 和 4° 的饱和摆角,来克服姿态角偏差和助推伺服机构 1 卡死故障的干扰,而未重构算法由于没有对分配算法根据故障做出相应的调整,导致图 3 中的姿态角偏差没有消除,



(a) 俯仰角



(b) 偏航角

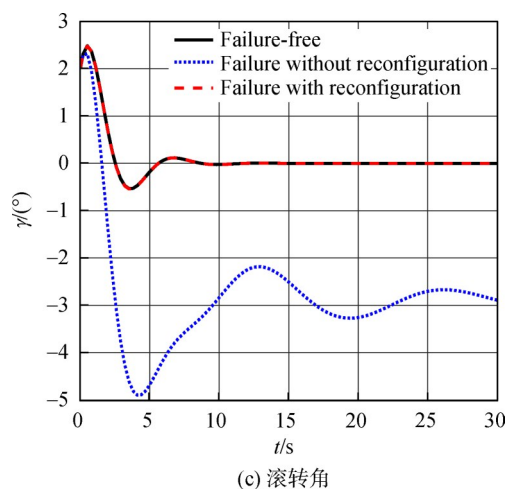


图 4 三通道姿态角对比曲线

Fig.4 Three channel attitude angle contrast curves

这说明了本文所采用的重构算法的对摆角分配的合理性和有效性。

图 6 则给出了无伺服机构故障情况下、有伺服机构故障情况下未采用控制重构算法和采用本文重构算法得到的助推摆角曲线。同样,无故障情况下,由于姿态角偏差收敛于 0° ,所以各助推摆角也都收敛于 0° 。而在有故障情况下,控制重构

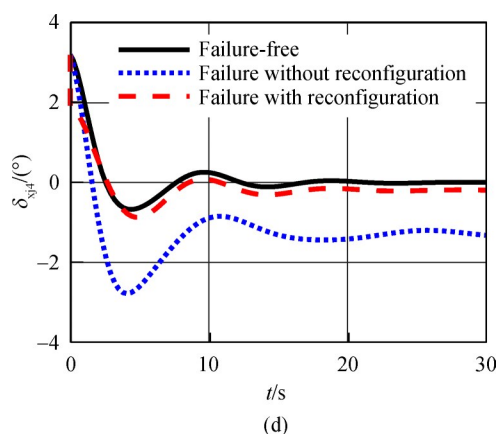
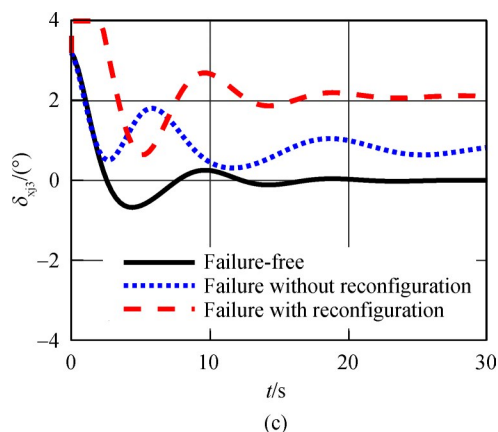
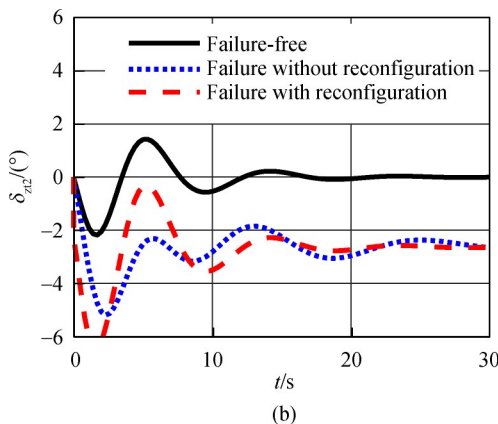
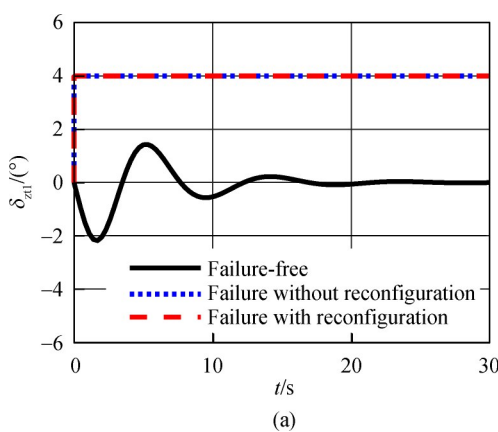
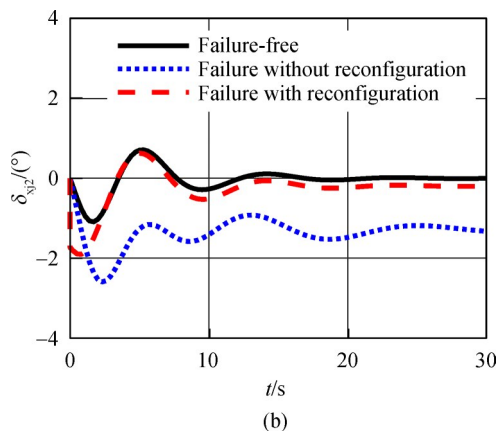
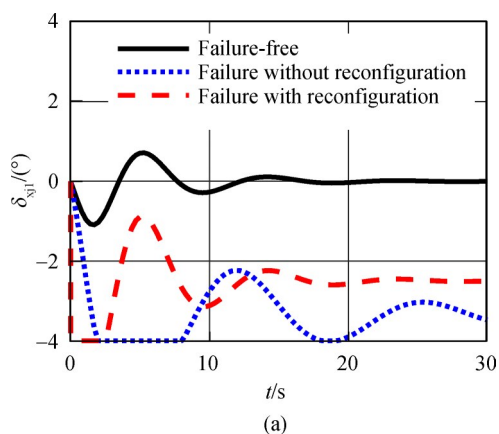


图 5 芯级摆角曲线

Fig.5 Pendulum angle curves of core engine



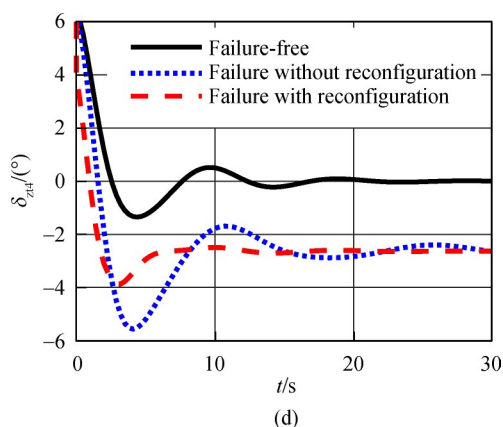
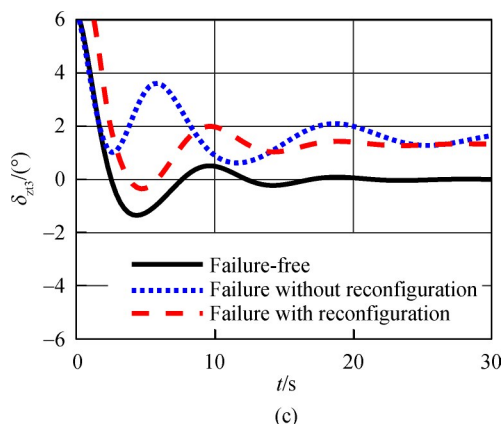


图 6 助推摆角曲线

Fig.6 Swing angle curves of booster engine

下的助推摆角 2 和助推摆角 4 收敛于负值,它们都产生使箭体绕 x 轴负方向的滚转力矩,从而来抵消助推伺服机构 1 产生的反向滚转干扰力矩;助推摆角 3 则收敛于正值,虽然产生一个使箭体顺时针滚转的力矩,但同时也产生使箭体绕 y 轴正向偏转的偏转力矩,从而抵消助推伺服机构 1 卡死故障产生的绕 y 轴负向的干扰力矩,从而同其他发动机摆角综合抵消故障影响。

从上面分析可以看出,发动机伺服机构故障会对多个通道产生干扰,而对某一摆角的分配和调整也会对多个通道产生影响,因此通过人为的操纵经验来完成发动机摆角的重分配是很困难的,而采用本文提出的重构算法可以精确、有效地对伺服机构摆角进行重构,从而消除故障的影响,提高系统的稳定性。

5 结 论

本文研究了运载火箭控制分配问题和运载火箭常见的伺服机构故障。针对伺服机构故障的下运载火箭控制分配重构问题,采用了一种基于

Armijo 准则和 BFGS 算法相结合的控制分配算法,然后将该算法与 FPM 进行了对比,并以助推伺服机构 1 发生卡死故障为例,对该方法进行了仿真验证。结果表明:基于 Armijo 准则和 BFGS 算法相结合的控制分配算法要比 FPM 收敛快,并且该方法有效地克服伺服机构故障的影响,得到了与无故障情况下相同的控制效果,验证了该算法的有效性和正确性。

参 考 文 献:

- [1] 冯昊,李新明,潘豪.大推力运载火箭控制系统控制力重构技术研究[J].载人航天,2012,18(6):75-79.
FENG Hao, LI Xinming, PAN Hao. On reconstruction technologies of thrusting force for heavy thrust launch vehicles [J]. Chinese Journal of Manned Spaceflight, 2012, 18(6):75-79. (in Chinese)
- [2] 朱心中.基于控制分配的多操纵面飞行器重构控制研究[D].南京:南京航空航天大学,2011.
ZHU Xinzong. Study of reconfigurable control based on control allocation for aircraft with multiple effectors[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [3] 段文杰,王大轶,刘成瑞.一种闭环冗余系统可重构控制方法[J].空间控制技术与应用,2014,40(6):21-25,47.
DUAN Wenjie, WANG Dayi, LIU Chengrui. A reconfigurable control method for over-actuated closed-loop systems [J]. Aerospace Control and Application, 2014, 40(6):21-25, 47. (in Chinese)
- [4] 姬猛.推力不对称时民机飞行控制律重构技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2011.
JI Meng. Research on control law reconfiguration for civil aircraft with asymmetric thrust[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [5] 张亮,傅俊勇,刘洪宇.伺服机构反馈故障仿真与分析[J].液压与气动,2014(5):122-125.
ZHANG Liang, FU Junyong, LIU Hongyu. Simulation and analysis of servomechanism with feedback failure[J]. Hydraulic and Pneumatic, 2014(5):122-125. (in Chinese)
- [6] 程堂明,李家文,陈宇,等.运载火箭伺服机构故障检测与诊断的扩展多模型自适应方法[J].国防科技大学学报,2017,39(5):80-89.
CHENG Tangming, LI Jiawen, CHEN Yu, et al. Extended multiple model adaptive method for fault detection and diagnosis of launch vehicle's servo mechanism[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2017, 39(5):80-89. (in Chinese)
- [7] 尹彪,刘磊,王永骥.火箭姿态控制与故障重构的研究[C]//中国自动化学会中南六省(区)第28届年会论文集.广州:中南六省区(广东、广西、湖南、湖北、河南、海南)自动化学会,2010:241-245.
- [8] 崔玉伟,章卫国,李广文,等.基于线性规划的多操纵面重

- 构控制研究[J]. 飞行力学, 2011, 29(2):41-44.
- CUI Yuwei, ZHANG Weiguo, LI Guangwen, et al. Research for multi-control-effector reconfigurable control based on linear programming[J]. Flight Dynamics, 2011, 29(2):41-44. (in Chinese)
- [9] 程堂明, 陈宇. 适应伺服机构卡死故障的控制指令重分配技术研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2017, 1(1):51-55.
- CHENG Tangming, CHEN Yu. Research on reconfigurable control allocation technology under stuck actuator failures[J]. Missiles and Space Vehicles, 2017, 1(1):51-55. (in Chinese)
- [10] 孟州. 发动机伺服机构故障下大型捆绑火箭容错控制[D]. 长沙:国防科技大学, 2013.
- MENG Zhou. Fault tolerant control for large strap-on launch vehicle's servomechanism[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013. (in Chinese)
- [11] 程堂明, 李家文, 唐国金. 伺服机构故障下基于线性规划的运载火箭姿控系统重构控制[J]. 国防科技大学学报, 2017, 39(1):51-57.
- CHENG Tangming, LI Jiawen, TANG Guojin. Reconstruction of attitude control system of launch vehicle based on linear programming under servo mechanism fault[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2017, 39(1):51-57. (in Chinese)
- [12] TJØNNÅS J. Nonlinear and adaptive dynamic control allocation[D]. Trondheim, Norwegian: Norwegian University of Science and Technology, 2008.
- [13] JOHANSEN T A, FOSSEN T I. Control allocation: a survey[J]. Automatica, 2013, 49(5):1087-1103.
- [14] SILVA A G, LEITE FILHO W C. Launch vehicle attitude control system using PD plus phase lag[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(19):48-53.
- [15] JEE G, BRINDA V, LALITHAMBIKA V R, et al. Influence of accelerometer location on autopilot stability of reusable launch vehicle attitude control system[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(1):205-210.
- [16] 黄盘兴. 重型运载火箭可重构控制系统设计研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2012.
- HUANG Panxing. Research on reconfigurable control system design of heavy launch vehicle[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012. (in Chinese)
- [17] 张宁, 章卫国, 李广文. 一种基于 BFGS 算法的二次规划控制分配算法[J]. 飞行力学, 2013, 31(6):508-511.
- ZHANG Ning, ZHANG Weiguo, LI Guangwen. A method of quadratic programming control allocation based on BFGS algorithm[J]. Flight Dynamics, 2013, 31(6): 508-511. (in Chinese)
- [18] 孙清滢, 刘新海. 结合广义 Armijo 步长搜索的一类新的共轭度算法及其收敛特征[J]. 工程数学学报, 2003, 20(1):14-20.
- SUN Qingying, LIU Xinhai. Global convergence results for a new conjugate gradient method with generalized Armijo step size rule[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2003, 20(1):14-20. (in Chinese)
- [19] 刘建国, 葛仁东, 夏尊铨, 等. 非凸函数极小问题的 BFGS 算法[J]. 运筹与管理, 2004, 13(2):62-65.
- LIU Jianguo, GE Rendong, XIA Zunquan, et al. BFGS algorithm for sloving minimum problem of nonconvex function[J]. Operations Research and Management Science, 2004, 13(2):62-65. (in Chinese)
- [20] 李家文. 大型捆绑火箭姿态控制系统的建模、设计与分析[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2011.
- LI Jiawen. Modeling design and analysis of large strap-on launch vehicle's attitude control system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)

(编辑:陈越)